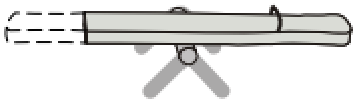
1. **Egy eredetileg 300 cm hosszú, középen tengelyezett mérleghinta egyik ülőrésze letörött. A letört rész hossza 40 cm. A hinta tömege ekkor már csak 110 kg.**

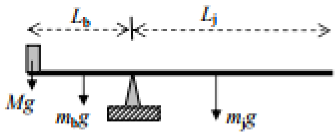


Egy gyerek a letört oldal végére ülve a hintát egyensúlyban tartja. Körülbelül mekkora a gyerek tömege? (A hinta homogén tömegeloszlású hasábnak tekinthető.)
(2006. február**)**

Megoldás:

Jelölések: $L = 300$ cm, $\Delta L = 40$ cm, $m = 110$ kg.

I. megoldás
(Az I. megoldásban a hintát gondolatban jobb és bal oldali részre bontjuk, és így alkalmazzuk az egyensúlyi feltételt.)



A hinta egyes részhosszainak és résztömegeinek meghatározása:

1+2 pont
(bontható)

$$L_b = \frac{L}{2} - \Delta L = 110\,\text{cm}, \qquad L_j = \frac{L}{2} = 150\,\text{cm}.$$

Felhasználva, hogy a hinta esetén a tömeg a hosszúsággal arányos:

$$m_b = \frac{L_b}{L_b + L_j} m = 46{,}54\ \text{kg}, \qquad m_j = m - m_b = 63{,}46\ \text{kg}.$$

Ábra készítése, az erők berajzolása:

2 pont
(bontható)

Az egyensúly forgatónyomatéki feltételének alkalmazása, a gyermek tömegének (M) meghatározása:

3+1+1 pont
(bontható)

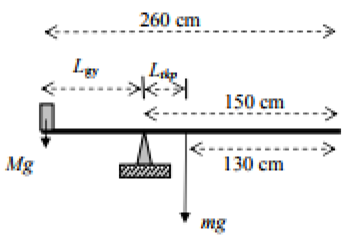
$$MgL_b + m_b g \frac{L_b}{2} = m_j g \frac{L_j}{2},$$

$$M = \frac{m_j L_j - m_b L_b}{2L_b} = \frac{63{,}46\,\text{kg} \cdot 150\,\text{cm} - 46{,}54\,\text{kg} \cdot 110\,\text{cm}}{2 \cdot 110\,\text{cm}},$$

$M = 20$ kg.

Összesen: 10 pont

II. Megoldás
(A II. megoldásban a hintát nem bontjuk részekre, hanem a teljes hintára ható gravitációs erőt a hinta tömegközéppontjába koncentráljuk, és így alkalmazzuk az egyensúlyi feltételt.)



A hinta tömegközéppontja és a forgástengely távolságának meghatározása

2 pont
(bontható)

A forgástengely $\frac{L}{2} = 150\,cm$, míg a tömegközéppont $\frac{L - \Delta L}{2} = 130\,cm$ távolságra van a hinta jobb oldali végétől. A forgástengely és a tömegközéppont távolsága tehát:
$L_{tkp} = 150\,\text{cm} - 130\,\text{cm} = 20\,\text{cm}$.

A gyermek forgástengelytől mért távolságának meghatározása:

1 pont

$L_{gy} = \frac{L}{2} - \Delta L = 110\,\text{cm}.$
Ábra készítése, az erők berajzolása:

2 pont
(bontható)

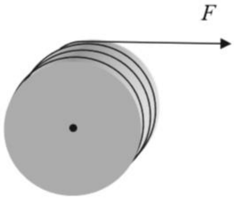
Az egyensúly forgatónyomatéki feltételének alkalmazása, a gyermek tömegének (M) meghatározása:

3+1+1 pont
(bontható)

$MgL_{gy} = mgL_{tkp}$,
$M = \frac{L_{tkp}}{L_{gy}} m = \frac{20\,\text{cm}}{110\,\text{cm}} \cdot 110\,\text{kg},$
$M = 20$ kg.

Összesen: 10 pont

2. Az ábrán látható M = 1 kg tömegű, R = 0,1 m sugarú, rögzített tengelyű csigára elhanyagolható tömegű kötél van feltekerve, a csiga nyugalomban van. A kötél végét F = 5 N állandó nagyságú erővel húzni kezdjük.



a) Mekkora volt az általunk végzett munka, míg 5 méter fonál tekeredett le a csigáról?
b) Mekkora lett ezt követően a csiga szögsebessége?
c) Mekkora a kötél sebessége ebben a pillanatban?
(A csiga homogén tömegeloszlású tömör hengernek tekintendő.)
(2019. május)

Megoldás:

Adatok: $M = 1$ kg, $R = 0{,}1$ m, $F = 5$ N, $l = 5$ m.

a) *A munkavégzés felírása és kiszámítása:*

2 pont (bontható)

$W = F \cdot l = 25$ J (képlet + számítás, 1 + 1 pont).

b) *A munkatétel felírása a csiga forgómozgására és a szögsebesség meghatározása:*

6 pont (bontható)

Az általunk végzett munka a csiga forgómozgásának energiáját növelte:
$W = E_f = \frac{1}{2}\Theta \cdot \omega^2$ (Az energiamérleg képlettel való felírása vagy szöveges megfogalmazása 2 pontot ér, a forgási energia explicit képlete 1 pontot.)
A csiga tehetetlenségi nyomatéka: $\Theta = \frac{1}{2} M \cdot R^2$ (1 pont).

Ezekből: $\omega^2 = \frac{4 \cdot W}{M \cdot R^2} \rightarrow \omega = 100 \frac{1}{\text{s}}$ (átrendezés + számítás, 1 + 1 pont).

c) *A kerületi sebesség meghatározása:*

2 pont (bontható)

$v = R \cdot \omega = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (képlet + számítás, 1 + 1 pont).

Összesen: 10 pont